Curso de Física General

Orientado hacia las Ciencias de la Vida y de la Tierra

Parte I. Mecánica

Capitulo I. Magnitudes Físicas

1. Introducción

¿Qué estudia la mecánica?

La mecánica estudia y describe, con la mayor rigurosidad posible, los posibles movimientos de traslación, rotación y vibración de los cuerpos (y todo lo que a ello se relacione). De todas las infinitas posibilidades, en éste curso se estudian sólo las más simples.

¿Por qué es importante el estudio de la mecánica?

Al menos por dos razones:

- *Introduce conceptos básicos* que son indispensables para el estudio de otras disciplinas, y analiza las leyes que relacionan estos conceptos entre sí (energía, intensidad de la corriente, cantidad de movimiento, etc.).
- Estudia el *uso correcto de los instrumentos de medición* (errores objetivos y subjetivos, veracidad de los resultados, etc.) y forma la base del denominado *método científico* de investigación, que comprende la *observación*, *hipótesis*, *experimentación* y *teoría*. Cuando la teoría es suficientemente general, puede conducir a una *ley*. La parte experimental lleva asociada en la inmensa mayoría de los casos el uso de algún instrumento de medición.

Una tercera razón podría ser que la física está *presente en absolutamente todos los fenómenos de la naturaleza*. Por ej., está comprobado que al excitarse los procesos del pensamiento, aumenta la actividad eléctrica y magnética en la corteza cerebral.

Leyes físicas

Una ley es un nexo estable y reiterado entre magnitudes físicas. (Si tal fenómeno tiene lugar, este otro también lo tendrá). Las leyes son el resultado de la evidencia experimental. Representan la síntesis de muchos resultados obtenidos a lo largo de la historia.

En su gran mayoría, las leyes físicas pueden expresarse utilizando la simbología matemática, que refleja tanto el carácter cualitativo de la ley como su carácter cuantitativo. Por ej., consideremos la 2da ley de Newton, referida a una partícula: "La fuerza resultante aplicada a un cuerpo es igual a la variación temporal de su cantidad de movimiento". La expresión analítica de esta ley resulta mucho más simple:

$$\vec{F}_R = \frac{d\vec{p}}{dt} \ .$$

La cantidad de movimiento p se define como el producto de la masa (m) por la velocidad (v) de la partícula; ($\vec{p} = m\vec{v}$). Esta expresión, además de la información cualitativa (cuando se lee correctamente), también tiene información cuantitativa. Representa una fórmula matemática, donde se cumplen los valores numéricos. También posee información adicional. Por ej., cuando la masa de la partícula no varía con el transcurso del tiempo, entonces:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

y se llega a la conocida expresión

$$\vec{F}_R = m\vec{a}.$$

De aquí que para entender la Física sea indispensable dominar el lenguaje matemático, el concepto de derivada e integral, el despeje de fórmulas, etc. Además, no basta con memorizar una fórmula; es necesario conocer el significado exacto de cada una de ellas, y cuando es aplicable y cuando no (límites de validez o aplicación).

Las leyes físicas son el resultado de la experiencia y de la experimentación, como se mencionó anteriormente. Por ejemplo, la ley de Newton para la gravitación universal,

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

fue postulada por Newton en 1687 a partir de la generalización de las observaciones del movimiento de los planetas acumuladas durante siglos. Fue comprobada experimentalmente por Henry Cavendish en 1789, utilizando una balanza de torsión.

Isaac Newton (1642-1727), matemático y físico británico, considerado uno de los más grandes científicos de la historia, que hizo importantes aportaciones en muchos campos de la ciencia. Sus descubrimientos y teorías sirvieron de base a la mayor parte de los avances científicos desarrollados desde su época. Newton fue, junto al matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz, uno de los inventores del cálculo diferencial e integral. También resolvió cuestiones relativas a la luz y la óptica, formuló las leyes del movimiento y dedujo a partir de ellas la ley de la gravitación universal.

En general, toda ley física es el resultado de la experiencia, de la aplicación del método científico a lo largo de muchos años. Sin embargo, por razones de tiempo, no es posible ni siquiera resumir los aspectos históricos, ni tampoco describir los experimentos que dieron origen a las leyes tal como se les conoce hoy. De manera que en los cursos modernos de física se presenta el producto terminado: las leyes tal como se conocen hoy, y se hace muy poca o ninguna referencia a como fueron deducidas las mismas.

El objetivo de la mecánica es, por tanto, describir las leyes que rigen los movimientos de traslación, rotación y vibración de los cuerpos. En este curso particular se analizan solamente los movimientos más simples.

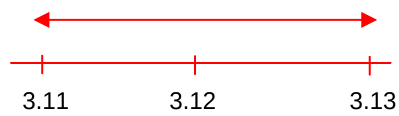
2. Sistema Internacional de Unidades

Magnitudes físicas

Magnitud es todo lo que se puede medir. Medir significa *comparar* utilizando algún *instrumento.* Una magnitud siempre puede expresarse como una fracción o múltiplo de otra de la misma clase. Ej., longitud, tiempo, velocidad, energía. No son magnitudes el amor, el odio, la belleza, la envidia o los celos. Cuando se efectúa una medición, el valor de la magnitud medida se compara con el de otra magnitud que se designa arbitrariamente, denominada magnitud *patrón*. Así,

$$L = 3.12 \pm 0.01 \text{ m}$$

significa que al medir L comparándola con el patrón (metro) se encontró que era 3.12 veces mayor, y que el proceso estuvo afectado de una imprecisión ó *error de medición* de 1 cm (0.01 m). Este valor se denomina *error absoluto* de la medición, y se designa usualmente por δL: (δL = 0.01 m). El valor real de la medición puede ser cualquiera comprendido entre 3.11 y 3.13 m.



El error absoluto de una medición da una medida de cuan "buena" es la medición. Por ejemplo,

$$L = 3.125 \pm 0.001 \text{ m}$$

indica una medición mucho más *precisa* (se utilizaron mejores instrumentos, se tuvo mayor cuidado, etc.). Si al medir una longitud cualquiera A se obtiene un error δA, entonces:

$$L = A \pm \delta A \,.$$

El *error relativo* se define como $$\varepsilon = \frac{\delta A}{A}$$

mientras que el *error porcentual* es igual al producto del error relativo por 100:

$$\varepsilon_{\%} = \varepsilon \times 100 \,.$$

Ejemplo: Se mide un intervalo de tiempo con un cronómetro que aprecia las dos décimas de segundo. Si se toma la apreciación del reloj como error absoluto de la medición, ¿cuál fué el error porcentual?

$$\Delta t = 22.4 \pm 0.2 \text{ s}$$
$$\varepsilon = 0.2/22.4 = 8.9 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{\%} = 0.89 \approx \underline{0.9\ \%}$$

Magnitudes fundamentales y derivadas

Las magnitudes derivadas son aquellas que se pueden definir a partir de otras ya conocidas, Por ej.,

$$[a] = [v]/[t] \qquad ; \qquad [v] = [L]/[t] \quad .$$

Pero... ¿cómo se define la longitud?¿Cómo se define el tiempo?¿La masa?

Las magnitudes que no pueden definirse mediante ecuaciones, a partir de otras magnitudes, se llaman *magnitudes fundamentales*. Se definen sobre la base del llamado *criterio operacional,* que considera una magnitud totalmente definida cuando se especifican los pasos necesarios para *medir* su valor.

Así, la longitud de un cuerpo a lo largo de una dirección determinada es aquella propiedad del mismo que se mide colocando una regla dividida en partes iguales a lo largo de esa dirección, haciendo coincidir el cero de la regla con el extremo del cuerpo y anotando el número de divisiones que comprende la regla hasta el otro extremo, etc. La longitud de la regla utilizada es la *magnitud patrón*, y la regla como tal es el patrón. Para evitar que haya tantos patrones como reglas hay, es necesario tomar una de ellas como patrón fundamental, y referir todas las demás longitudes a este patrón.

Durante mucho tiempo se utilizó el *metro patrón*, que se encuentra desde 1799 en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en Sevres, cerca de París, como patrón internacional de longitud. Se consideraba al metro como la longitud comprendida entre dos marcas hechas en los extremos de una barra de platino-iridio que se encontraba en dicho laboratorio.

En 1960 se redefinió el metro como 1.650.763,73 longitudes de onda de la luz anaranjada-rojiza emitida por el isótopo criptón 86, y volvió a redefinirse en 1983 como la *longitud recorrida por la luz en el vacío en un intervalo de tiempo de 1/299.792.458 de segundo* (definición actual).

Desde hace más de 200 años han existido una serie de convenios internacionales para definir las restantes magnitudes patrones, que sólo mencionaremos. También en 1799 se introdujeron los patrones de masa (kilogramo patrón, aun vigente) y de tiempo. Hasta 1955, el patrón científico del tiempo, el segundo, se basaba en el periodo de rotación terrestre, y se definía como 1/86.400 del día solar medio. Cuando se comprobó que la velocidad de rotación de la Tierra, además de ser irregular, estaba decreciendo gradualmente, se hizo necesario redefinir el segundo.

En 1955, la Unión Astronómica Internacional definió el segundo como 1/31.556.925,9747 del año solar en curso el 31 de diciembre de 1899. El Comité Internacional de Pesas y Medidas adoptó esa definición el año siguiente. Con la introducción de los relojes atómicos —en particular, con la construcción de un reloj atómico de haz de cesio de alta precisión, en 1955— se hizo posible una medida más precisa del tiempo. El reloj atómico mencionado utiliza la frecuencia de una línea espectral producida por el átomo de cesio 133.

En 1967 la medida del segundo en el Sistema Internacional de unidades se definió oficialmente como *la duración de 9.192.631.770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133*.

Sistema Internacional de Unidades

En la práctica se ha encontrado que sólo son necesarias 7 magnitudes fundamentales para definir todas las demás magnitudes, de cualquier disciplina. En el Sistema Internacional (SI) de unidades, vigente oficialmente en nuestro país y en la mayoría de los países, las magnitudes fundamentales aparecen en la tabla siguiente (aunque muchas veces otras viejas magnitudes se conserven en la práctica).

Magnitud	**Patrón**	**Símbolo**
longitud	metro	m
masa	kilogramo	kg
tiempo	segundo	s
temperatura	kelvin	K
intensidad de la corriente	ampere	A
intensidad de la luz	bujía ó candela	b ó cd
cantidad de sustancia	mol	mol

Algunas viejas unidades se han redefinido sobre la base de las unidades del SI. Así, por ejemplo:

1 libra-masa = 0.4535934277 kg

1 yarda = 0.9144 m

1 litro = 0.001 m^3

Reloj atómico. Los relojes atómicos modernos como el que está sobre la mesa en figura adjunta, sólo se retrasan o adelantan un segundo cada 200 000 años.

Precisión y exactitud

Los conceptos de precisión y exactitud muchas veces se confunden en la literatura. Entenderemos que una medición es *precisa* cuando la misma es reproducible dentro de un conjunto de valores pequeños.

Las mediciones precisas se asocian a los instrumentos de alta sensibilidad, capaces de hacer determinaciones con un número relativamente grande de cifras significativas después del punto decimal.

La *exactitud* viene dada por la veracidad de la medición cuando se compara con los valores del correspondiente patrón. Una medición puede ser muy precisa, pero si el instrumento no estaba calibrado correctamente con relación al patrón, la medición será poco exacta. Por ejemplo, si no se verifica que una balanza marca cero cuando el plato está vacío, cualquier pesada posterior tendrá como error la diferencia que marcaba el instrumento con relación al cero.

Múltiplos y submúltiplos de las magnitudes fundamentales

En la tabla siguiente aparecen los múltiplos más comunes de las magnitudes fundamentales, también utilizados para indicar múltiplos de otras magnitudes.

Nombre	Símbolo	Significado
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
hecto	h	10^2
deca	da	10
	metro, gramo, segundo, litro	
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

En vez de *megagramo* se utiliza la tonelada: $1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg} = 10^6 \text{ g}$. El litro es igual al dm^3.

Para transformar un valor de una unidad a otra, basta sólo con sustituir el significado del prefijo. Por ej., para transformar 3 dm en metros:

$$3 \text{ dm} = 3 \times (10^{-1}\text{m}) = \mathbf{0.3 \text{ m}}$$

Para transformar 500 g en toneladas:

$$500 \text{ g} = 5 \times 10^2 \text{ g} = 5 \times (10^6 / 10^4) \text{ g} = 5 / 10^4 \text{ ton} = \mathbf{5 \times 10^{-4} \text{ ton}}$$

Ejemplos y ejercicios

1. La densidad de un sólido se puede obtener experimentalmente midiendo su masa (m) y su volumen (V), a partir de la relación $\rho = m/V$. Si el volumen se midió con un error relativo de 10^{-3} y la masa del cuerpo era de 200 g aproximadamente, ¿Cuál debería ser la apreciación de la balanza a utilizar para que el error relativo obtenido al medir la masa no sea mayor que el del volumen?

La apreciación de la balanza se toma como error absoluto de la medición (δm): $\varepsilon_m = \delta m/m$
$\delta m = \varepsilon_m m \leq 10^{-3}$. 200 = **0.2 g**
----

2. Un galón contiene 38 decilitros casi exactamente, y una pinta es 1/8 de galón. ¿A cuantos litros equivale una pinta?
1 pinta = 1/8 galón = 1/8. 38 dl = 38/8 . (10^{-1}l) = **0.475 l**

----

3. Hallar el factor de conversión de a) km/h a m/s; b) g/cm^3 a kg/m^3
a) R: **1 km/h = 5/18 m/s**
----

4. Demostrar que 1 g/cm^3 equivale a 1 kg/l y también a 1 ton/m^3
----

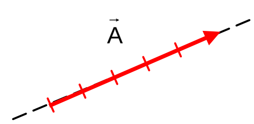
3. Magnitudes escalares y vectoriales

Las magnitudes escalares se describen por una sola cifra o número (longitud, tiempo, masa, temperatura, energía). Las magnitudes vectoriales necesitan de tres parámetros para ser descritas: intensidad o módulo, dirección y sentido (velocidad, aceleración, fuerza, cantidad de movimiento). Las propiedades matemáticas de las magnitudes escalares son las de los números reales, y no necesitan mayor explicación. Las vectoriales, por el contrario, tienen sus propias reglas de suma, resta y multiplicación que difieren de las anteriores.

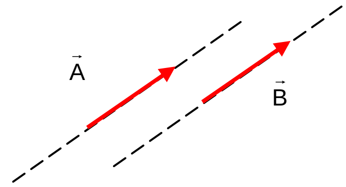
Vector

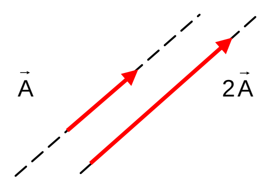
Las magnitudes vectoriales se representan por vectores, que poseen módulo, dirección y sentido. Una recta en espacio determina una dirección con dos posibles sentidos de recorrido. Un vector en una dirección y sentido dados se representa por una flecha o saeta, cuya longitud representa la intensidad o módulo del mismo.

El vector de la figura, simbolizado por $\vec{A}$, tiene una longitud de 5 unidades, lo que se indica de la siguiente forma: $|\vec{A}| = 5u$, o más simplemente, A = 5u. El vector $\vec{A}$ será cero sólo si su modulo es cero (A = 0); es decir, cuando coinciden el origen y el extremo en el mismo punto.



Dos vectores son iguales cuando tienen igual módulo y sentido y son paralelos, aunque no se superpongan (vectores libres). Por ejemplo, en la figura los vectores A y B son iguales ($\vec{A} = \vec{B}$) .





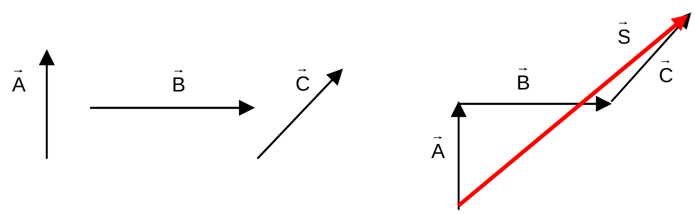
El producto de un escalar λ por un vector cualquiera $\vec{A}$ ($\lambda\vec{A}$) es otro vector de igual dirección y sentido que $\vec{A}$, pero de módulo λA. (Si λ es negativo, el sentido del vector producto se invierte). La figura muestra el vector $\vec{A}$ junto al vector $2\vec{A}$.

El vector $-\vec{A}$ se denomina *vector opuesto* de $\vec{A}$: $-\vec{A} = (-1) \times \vec{A}$.

Suma de vectores

La suma de vectores se define a partir de la *regla del polígono*, que consiste en lo siguiente. Considere los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$, orientados de forma arbitraria en el espacio. Para facilitar la comprensión supondremos que los tres se encuentran en el plano del papel.

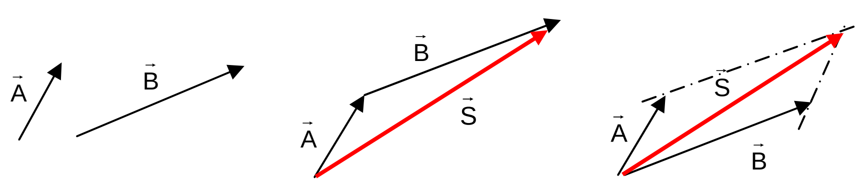
El vector suma $\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ se obtiene entonces de la manera siguiente: se traslada el segundo vector, paralelo a si mismo, hasta hacer coincidir su origen con el extremo del primero. Posteriormente se traslada el tercero hasta hacer coincidir su origen con el extremo del segundo.



El vector suma se obtiene al unir el origen del primero con el extremo del último.

Si hubiera más de tres vectores, se siguen agregando vectores después del tercero por el mismo procedimiento. El vector suma se obtiene uniendo el origen del primer vector con el extremo del último.

Caso particular. Cuando sólo hay dos vectores, el procedimiento anterior conduce a la conocida *regla del paralelogramo*, consistente en llevar ambos vectores a un origen común, trazar las paralelas y tomar el vector suma en la diagonal. Por ejemplo, si $\vec{S} = \vec{A} + \vec{B}$, de los gráficos se ve inmediatamente la total coincidencia de ambos procedimientos.



Propiedades de la suma de vectores (sin demostración)

- El módulo de la suma es menor o igual que la suma de los módulos. Es decir,

$$\left|\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}\right| \le \left|\vec{A}\right| + \left|\vec{B}\right| + \left|\vec{C}\right|$$

- La suma de vectores es conmutativa (el orden de los sumandos no altera el resultado):

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

- Es asociativa (el resultado no depende del orden de suma):

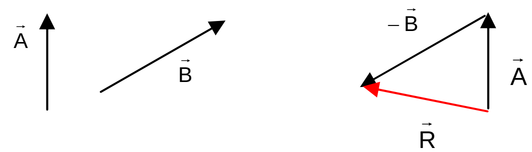
$$(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$$

- 4. Es distributiva respecto al escalar

$$\lambda(\vec{A}+\vec{B})=\lambda\vec{A}+\lambda\vec{B}$$

Resta de vectores

La resta de dos vectores se define como la *suma del opuesto*. Por ejemplo, para calcular $\vec{R}=\vec{A}-\vec{B}$, se ejecuta la operación $\vec{R}=\vec{A}+(-\vec{B})$, donde $-\vec{B}$ es el opuesto de $\vec{B}$.

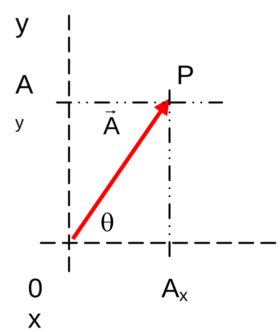


La resta de vectores **no es** conmutativa; $\vec{A}-\vec{B}\neq\vec{B}-\vec{A}$. Se ve fácilmente que

$$\vec{A}-\vec{B}=(-1)(-\vec{A}+\vec{B})=-(\vec{B}-\vec{A}).$$

Componentes de un vector

Considere un vector cualquiera en un plano, y un sistema de coordenadas cuyo origen coincide con el del vector, cuyo extremo se encuentra en el punto P: A_x y A_y son las proyecciones o componentes del vector A a lo largo de los ejes coordenados. Representan la longitud desde el origen hasta el intercepto de la perpendicular bajada a partir del punto P a cada uno de los ejes.



Son, además, la abscisa y ordenada del punto respecto al sistema de referencia especificado. De la figura se ve inmediatamente que: $\cos\theta = A_x/A$; $\text{sen}\theta = A_y/A$, donde A representa el módulo $|\vec{A}|$. Por tanto, es posible escribir:

$$\boxed{\begin{array}{l} A_x = A\cos\theta \\ A_y = A\,\text{sen}\theta \end{array}}$$

Elevando al cuadrado y sumando:

$$A_x^2 + A_y^2 = A^2(\cos^2\theta + \text{sen}^2\theta)$$

Como lo que está entre paréntesis es igual a la unidad, se llega finalmente a:

$$\boxed{A=\sqrt{A_x^2+A_y^2}}$$

Es decir, si se conocen las componentes de un vector, se conoce su módulo (y también su dirección en el espacio, pues:)

$$\frac{A_y}{A_x}=\frac{\text{sen}\theta}{\cos\theta}$$

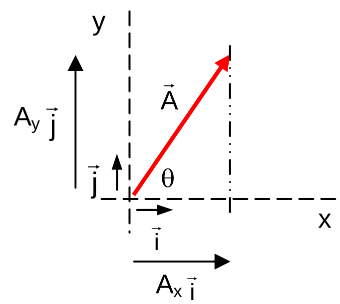
$$\tan\theta = A_y/A_x$$

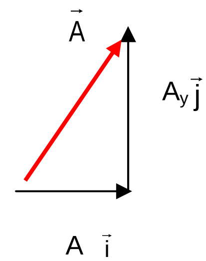
$$\boxed{\theta = \arctan A_y/A_x}$$

Vectores unitarios

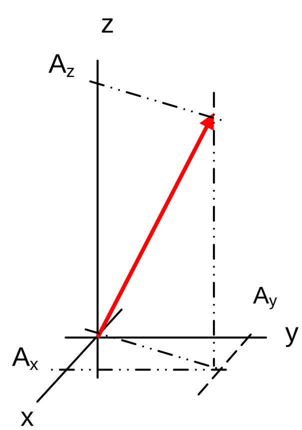
Considere los vectores $\vec{i}$ y $\vec{j}$ a lo largo de los ejes coordenados y de módulo unidad: i = j = 1.

De las figuras se ve que es posible expresar el vector $\vec{A}$ como una suma de vectores en función de los vectores unitarios: $\vec{A} = A_x\,\vec{i} + A_y\,\vec{j}$.





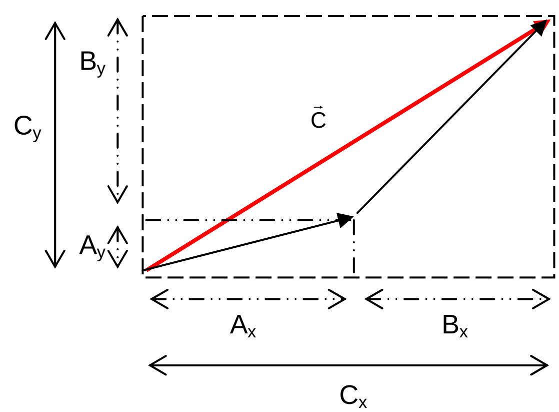
Es posible extender esta notación a tres dimensiones, refiriendo el vector a tres ejes coordenados con los ejes perpendiculares entre sí. En este caso, $\vec{A} = A_x\,\vec{i} + A_y\,\vec{j} + A_z\,\vec{k}$. Y también $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$.



La dirección del vector se especifica a partir de los cosenos que forma el vector con cada uno de los ejes coordenados.

Suma y resta en cartesianas

Considere la suma de dos vectores, $\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j}$ y $\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j}$, representados en la figura siguiente. Llamando $\vec{C}$ al vector suma de $\vec{A}$ y $\vec{B}$, se ve inmediatamente de la gráfica que $C_x = A_x + B_x$ y que $C_y = A_y + B_y$. Cada una de las componentes del vector C es la suma de las componentes correspondientes de los vectores A y B.



Este resultado se generaliza de forma inmediata a tres dimensiones. Si consideramos las tres componentes de cada vector,

$$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$$

$$\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$$

$$\vec{C} = C_x\vec{i} + C_y\vec{j} + C_z\vec{k}$$

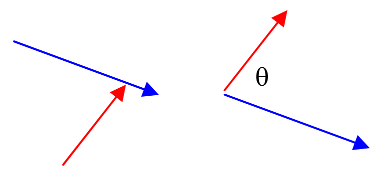
entonces, el vector suma de estos tres vectores, $\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$, puede expresarse como $\vec{S} = S_x\vec{i} + S_y\vec{j} + S_z\vec{k}$, donde

$$S_x = A_x + B_x + C_x$$
$$S_y = A_y + B_y + C_y$$
$$S_z = A_z + B_z + C_z$$

Para la resta el procedimiento es análogo. La componente será negativa si está en la parte negativa de los ejes de coordenadas.

Producto escalar de dos vectores

Sean los vectores cualesquiera $\vec{A}$ y $\vec{B}$ que, al ser trasladados paralelos a si mismos a un origen común, forman entre sí un angulo θ:



Se define el producto escalar de estos vectores por la expresión $\vec{A}\cdot\vec{B}$ (que se lee: A punto B) y viene dado por

$$\boxed{\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta}$$

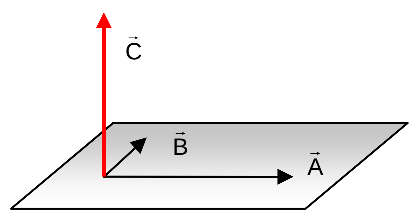
Propiedades:

- Notar que el resultado es un escalar, no un vector.
- $\vec{A}\cdot\vec{A} = A^2$
- Es conmutativo: $\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$
- Es distributivo respecto a la suma: $\vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\cdot\vec{B} + \vec{A}\cdot\vec{C}$
- $\lambda(\vec{A}\cdot\vec{B}) = \lambda\vec{A}\cdot\vec{B}$

Una condición necesaria y suficiente para que dos vectores sean perpendiculares es que su producto escalar sea cero: $\vec{A}\cdot\vec{B} = 0 \Leftrightarrow \vec{A}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares.

Producto vectorial de dos vectores

Sean los vectores cualesquiera $\vec{A}$ y $\vec{B}$ que, al ser trasladados paralelos a si mismos a un origen común, forman entre sí un angulo θ, en forma similar a lo expresado en la figura anterior para el producto escalar. Se define el producto vectorial de estos dos vectores por la expresión $\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B}$ (y se lee "A cruz B"), donde el vector C tiene las siguientes propiedades:



- Es perpendicular al plano formado por los vectores A y B
- Su valor modular viene dado por la expresión $C = AB\text{sen}\theta$
- Su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: Si se extienden los dedos de la mano derecha a lo largo del primer vector, y se cierra la mano hacia el segundo (por el ángulo mas pequeño) el pulgar indica el sentido de $\vec{C}$. Note que el producto de vectores *no es conmutativo*: $\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$

Propiedades:

- $\vec{A} \times \vec{A} = 0$
- Es distriubutivo respecto a la suma: $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$
- $\lambda(\vec{A} \times \vec{B}) = \lambda \vec{A} \times \vec{B}$

Cuando los vectores A y B se expresan en coordenadas cartesianas, es posible demostrar que su producto vectorial viene dado por la siguiente expresión:

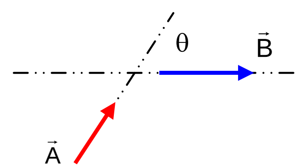
$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_yB_z - A_zB_y)\,\vec{i} - (A_xB_z - A_zB_x)\,\vec{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\,\vec{k}$$

que corresponde al desarrollo por menores de un determinante del tipo

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Ejercicios

1. Hallar el módulo de la suma de los dos vectores de la figura, sabiendo que θ = 60 grados, A =1 y B = 3. (R: √13 unidades)



2. El vector $\vec{a}$ tiene una magnitud de 5 unidades y está dirigido hacia el Este. El vector $\vec{b}$ está dirigido a 45 grados al oeste del norte (noroeste) y tiene una magnitud de 4 unidades. Construir el diagrama vectorial para calcular gráficamente: a) la suma de estos vectores; b) $\vec{b} - \vec{a}$.